スタディサプリ　センター数学ＩＡについて

この講座は，「平成 28・29・30 年度　大学入試センター試験　本試験・追試験」をベースに，大学入学共通テストの数学の学習を進める上で土台となる「誘導形式のマーク式試験を解くために必要な力とは何か」をお伝えするための講座です。

センター数学は，その答える形式はマークではあるものの，そこに至るまでに必要な力は，記述試験と遜色ありません。また，決して長いとは言えない試験時間内に確実に解答に至るために，迷いや遠回りがほぼ許されないという点では，ある意味，記述試験より厳しい試験と言えます。一見して親切に見える誘導も，あなたにやってほしいすべてのことを伝えてくれているわけではなく，「流れ」を理解し，省略されているプロセスや途中計算を補いながら，必要に応じてあなた自身で解答を作っていく，そんな試験です。ゆえに，数学に関しては，記述力がある人でもセンターで点数がとれない，ということが起こりうるのです。

この講座を受けていただく時点でのあなたの実力が，大学入学共通テストを読み解くために必要な土台となる力に対して，どこまで到達し，上回り，また下回っているかについて，予習と講義動画を通じて分野別に整理することで，あなたの今後の学習の指針となるでしょう。

この講座をきっかけとし，さらに思考力・判断力・表現力を磨くための学習に進むべきか，単元・項目ベースの基本に戻るべきか，それを把握して学習を進めることが，大学入学共通テストのみで数学を使う人はもちろん，個別選抜で数学を使う人にとっても，実力向上のカギとなります。あなたに必要な，あなただけのカギ，ぜひこの講座で発見してください。

山内　恵介

―　目次　―

第１講（１日目）　　**式と計算・関数・命題**

第２講（２日目）　　**三角比・データの分析**

第３講（３日目）　　**場合の数・確率**

第４講（４日目）　　**整数の性質**

第５講（５日目）　　**平面図形**

※該当する講の「予習」を，ノート等に必ず行ってから授業に臨んで下さい。
当日の授業は，予習を行っていることを前提に行われます。

第１講　式と計算・関数・命題

1 (1) $k=\dfrac{6}{\sqrt{3}+1}$ とする。分母を有理化すると

$$k=\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}-\boxed{ウ}$$

となる。また，k の整数部分は $\boxed{エ}$ である。

(2) x に関する不等式

$$6\geqq|(\sqrt{3}+1)x-12|$$

を解くと

$$\boxed{オ}\sqrt{\boxed{カ}}-\boxed{キ}\leqq x\leqq\boxed{ク}\sqrt{\boxed{ケ}}-\boxed{コ}$$

となり，この不等式を満たす整数は全部で $\boxed{サ}$ 個ある。

2　a，b は定数で，$a \neq 0$ とする。x の 2 次関数

$$y = a^2x^2 - 4ax + b \quad \cdots\cdots ①$$

を考える。①のグラフの頂点の x 座標が 1 以上 3 以下になるような a の値の範囲は

$\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}} \leqq a \leqq \boxed{ウ}$ である。

下の $\boxed{エ}$ には，次の⓪～④のうちから当てはまるものを一つ選べ。

⓪　＞　　①　＜　　②　≧　　③　≦　　④　≠

x の 2 次不等式

$$a^2x^2 - 4ax + b < 0 \quad \cdots\cdots ②$$

の解が存在するような b の値の範囲は

$b\ \boxed{エ}\ \boxed{オ}$

である。また②の解が $1 < x < 3$ になるような a，b の値は

$a = \boxed{カ}$，　$b = \boxed{キ}$

である。

3　実数 x について

命題A：「$x^2>2$ または $x^3>0$」ならば「$x>2$」

を考える。

(1)　次の [ア] ～ [エ] に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

命題Aの逆，対偶を考えると次のようになる。

逆：「[ア]」ならば「[イ]」

対偶：「[ウ]」ならば「[エ]」

⓪　$x^2>2$ または $x^3>0$

①　$x^2>2$ かつ $x^3>0$

②　$x^2\leqq 2$ または $x^3\leqq 0$

③　$x^2\leqq 2$ かつ $x^3\leqq 0$

④　$x>2$

⑤　$x\leqq 2$

(2)　次の [オ] に当てはまるものを，下の⓪～⑥のうちから一つ選べ。

命題Aとその逆，対偶のうち，[オ] が真である。

⓪　命題Aのみ

①　命題Aの逆のみ

②　命題Aの対偶のみ

③　命題Aとその対偶の二つのみ

④　命題Aとその逆の二つのみ

⑤　命題Aの逆と命題Aの対偶の二つのみ

⑥　三つすべて

（次ページに続く）

(3)　次の **カ** に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

実数 x についての条件「$x^2 > 2$ または $x^3 > 0$」は，「$x > 2$」であるための **カ** 。

⓪　必要条件であるが，十分条件ではない

①　十分条件であるが，必要条件ではない

②　必要十分条件である

③　必要条件でも十分条件でもない

テキスト解答

【講義問題の略解】

※講義授業の内容を補完するものです．記述式の試験の答案を想定したものとはなっておりません．ご了承ください．

第１講　式と計算・関数・命題

1 (1) $k=\dfrac{6}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{6(\sqrt{3}-1)}{3-1}=3(\sqrt{3}-1)=\mathbf{3\sqrt{3}-3}$

$=\sqrt{27}-3$

$5<\sqrt{27}<6$ より，$2<k<3$　　よって，k の整数部分は $\mathbf{2}$

(2) $6\geqq|(\sqrt{3}+1)x-12|$ より，$-6\leqq(\sqrt{3}+1)x-12\leqq6$

$6\leqq(\sqrt{3}+1)x\leqq18$　　$\dfrac{6}{\sqrt{3}+1}\leqq x\leqq\dfrac{6}{\sqrt{3}+1}\times3$　　つまり，$k\leqq x\leqq3k$

(1)より，$k=3\sqrt{3}-3$　　よって，$\mathbf{3\sqrt{3}-3}\leqq x\leqq\mathbf{9\sqrt{3}-9}$

$9\sqrt{3}-9=\sqrt{243}-9$　　$15<\sqrt{243}<16$ より，$6<\sqrt{243}-9<7$

よって，$2<k\leqq x\leqq3k<7$ より，不等式を満たす x は $x=3$，4，5，6 の $\mathbf{4}$ 個．

2 ①：$y=a^2x^2-4ax+b=a^2\left(x^2-\dfrac{4}{a}x\right)+b=a^2\left\{\left(x-\dfrac{2}{a}\right)^2-\dfrac{4}{a^2}\right\}+b$

$=a^2\left(x-\dfrac{2}{a}\right)^2-4+b$

よって，この式のグラフ（放物線）の頂点の x 座標は，$x=\dfrac{2}{a}$

これが１以上３以下になるのは，$1\leqq\dfrac{2}{a}\leqq3$　　辺々を $a(>0)$ 倍して，$a\leqq2\leqq3a$

よって，$\mathbf{\dfrac{2}{3}}\leqq a\leqq\mathbf{2}$

２次不等式 $a^2x^2-4ax+b<0$…②の解が存在するのは，①のグラフが x 軸と異なる２点で交わるときであり，それはこのグラフの頂点の y 座標が負のときである．

よって，$-4+b<0$ より，$b<\mathbf{4}$（➀）

また，②の解が $1<x<3$ となるとき，①のグラフを表す式は

$y=a^2(x-1)(x-3)=a^2(x^2-4x+3)=a^2x^2-4a^2x+3a^2$

と表される．この式と①の式を係数比較して

$4a^2=4a$，$3a^2=b$　　これを解いて，$a=\mathbf{1}$，$b=\mathbf{3}$

3 (1) 命題Ａ：「$x^2>2$ または $x^3>0$」ならば「$x>2$」の

逆：「$x>2$」ならば「$x^2>2$ または $x^3>0$」（④，⓪）

対偶：「$x\leqq2$」ならば「$x^2\leqq2$ かつ $x^3\leqq0$」（⑤，③）

(2)　命題Aは偽（反例：$x=1$）.

命題Aとその対偶の真偽は一致するので，命題Aの対偶も偽.

$x^2>2$ より，$x<-\sqrt{2}$，$\sqrt{2}<x$　　$x>2$ は $x>\sqrt{2}$ に含まれる.

よって，命題Aの逆は真.

以上より，命題Aの逆のみが真（①）.

(3)　(2)より，「$x^2>2$ または $x^3>0$」ならば「$x>2$」は偽.

よって，「$x^2>2$ または $x^3>0$」は「$x>2$」であるための十分条件ではない.

また，(2)より，「$x>2$」ならば「$x^2>2$ または $x^3>0$」は真.

よって，「$x^2>2$ または $x^3>0$」は「$x>2$」であるための必要条件である.

したがって，正しいのは⓪である.